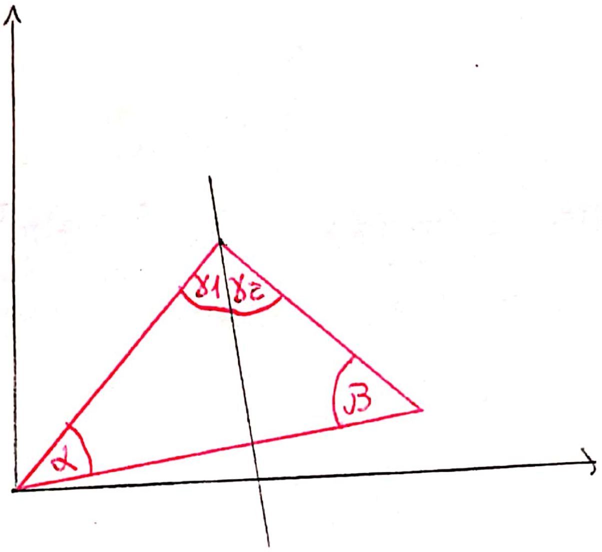
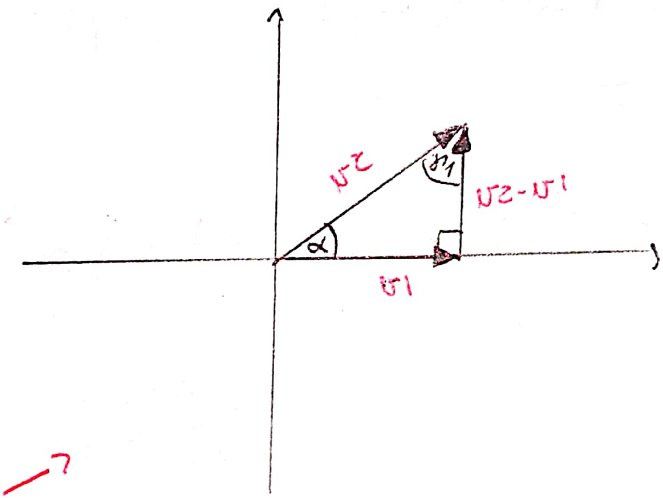
3.6)





$$\to \overbrace{\langle v_1, v_2 - v_1 \rangle}^{\text{por dibujo}} = 0 \to \langle v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, v_1 \rangle = 0 \to \boxed{\langle v_1, v_2 \rangle = \|v_1\|^2} \quad \text{I}$$

y

$$\underbrace{\cos(\alpha)}_{\text{Ángulo entre } v_1 \text{ y } v_2} = \frac{\langle v_1, v_2 \rangle}{\|v_1\| \cdot \|v_2\|} \overset{\text{uso I}}{=} \frac{\|v_1\|^2}{\|v_1\| \cdot \|v_2\|} = \underbrace{\overset{\text{III}}{\boxed{\frac{\|v_1\|}{\|v_2\|}}}}_{\cos(\alpha)}$$

Como $\cos(\alpha)$ queda un nro. positivo, entonces $0 < \alpha < \pi/2$

Por Pitágoras:

$$\|v_2\|^2 = \|v_1\|^2 + \|v_2 - v_1\|^2 \to \boxed{\|v_2 - v_1\|^2 = \|v_2\|^2 - \|v_1\|^2} \quad \text{II}$$

$$\cos(\varphi_1) = \frac{\langle v_2 - v_1, v_2\rangle}{\|v_2-v_1\|.\|v_2\|} = \frac{\|v_2\|^2 - \langle v_1, v_2\rangle}{\|v_2-v_1\|.\|v_2\|} \overset{\text{uso (I)}}{=} \frac{\|v_2\|^2 - \|v_1\|^2}{\|v_2-v_1\|.\|v_2\|} > 0$$

Como $\cos(\varphi_1)$ queda un no. positivo $\to 0 < \varphi_1 < \pi/2$

Si elevo miembro a miembro al cuadrado:

$$\cos^2(\varphi_1) = \frac{(\|v_2\|^2 - \|v_1\|^2)^2}{\|v_2-v_1\|^2.\|v_2\|^2} \underset{\text{uso (II)}}{=} \frac{(\|v_2\|^2 - \|v_1\|^2)^{\cancel{2}}}{\cancel{(\|v_2\|^2-\|v_1\|^2)}.\|v_2\|^2} = \frac{\|v_2\|^2 - \|v_1\|^2}{\|v_2\|^2} =$$

$$= 1 - \frac{\|v_1\|^2}{\|v_2\|^2} \underset{\text{uso (III)}}{=} 1 - \cos^2(\alpha) \to \cos^2(\varphi_1) \underset{\substack{\text{uso que} \\ \sin^2(\alpha) = 1-\cos^2(\alpha)}}{=} \sin^2(\alpha)$$

$\to$ Como se que $\cos(\varphi_1) > 0$ y $\sin(\alpha) > 0$

$\to \cos(\varphi_1) = \sin(\alpha) \to \boxed{\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha}$

de la misma manera trabajando con la parte derecha del triángulo se llegará a que $\boxed{\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \beta}$

Entonces, sumo los ángulos:

$$\alpha + \varphi_1 + \varphi_2 + \beta = \cancel{\alpha} + \frac{\pi}{2} - \cancel{\alpha} + \frac{\pi}{2} - \cancel{\beta} + \cancel{\beta} = \boxed{\pi} \checkmark$$